LA ΓΥΜΝΑΣΙΑ MATEMATICA DEL *PARMENIDE*: ALCUNI ESEMPI DI "ESERCIZI MENTALI"

Clelia Vittoria Crialesi
(Università di Roma "Tor Vergata" – École Pratique des Hautes Études)

Abstract: Parmenides' *mathematic* gymnasia*: some examples of mental exercises*. The present paper is tasked with analyzing the second part of Plato's *Parmenides* by focusing on some mathematical issuses debated within the eight deductions of the two hypoteses. Aiming at extending the sense of "gymnastic", three main topics are here addressed. First, the correspondence between the *gymnasia* in Plato's *Parmenides* and the *gymnazein en mathemasi pollois* in Plato's *Republic*. Second, understanding part of the mathematical background of the deductions conducted by the Eleatic philosopher. Third, examining the antanairetic example of "yunger-older". For the purpose of identifying the link between the dialogues, it must be recognized that in both of them the discursive thought of mathematics presents the same threefold goal: it tends to the eidetic sphere; it performs a preparatory function with regard to philosophy; it is able to improve logical skills. Then, geometric figure, contact and generation of numbers are considered in order to shed light on how mathematical thought is developed in the *Parmenides*. Finally, the ratio of *logistike*, as it is provided in the *Republic*, is applied to the subject of the hypoteses – the one – which is said to become simultaneously older and younger with respect to itself.

Keywords: *Plato*, *Parmenides*, *Republic*, *Greek Mathematics*, *Antanairesis*

Articolo sottoposto a blind review

Introduzione

Oggetto del contributo

Il *Parmenide* di Platone è un'opera che ha sollevato fin dalla tarda antichità profondi interrogativi e che genera ancora numerose interpretazioni, talvolta diafoniche e contrastanti, riguardo alcuni temi chiave del platonismo[1]. A risultare ancor più problematica è però la seconda parte dello stesso scritto, l'enigmaticità della quale contribuisce ad accrescere l'indecifrabilità complessiva del testo[2]. Una delle questioni più dibattute, inoltre, interessa proprio l'unitarietà del dialogo nel quale possono appunto essere circoscritte due parti (126a-137b5; 137b6-166c5), differenti per stile narrativo e *modus procedendi*[3]. Il presente elaborato intende concentrarsi proprio su

1 Per una sinossi storiografica delle ipotesi interpretative del dialogo, cfr. F. Fronterotta, *Guida alla lettura del* Parmenide *di Platone*, Laterza, Roma-Bari 1998, pp. 106-122.

2 La situazione di conflitto ermeneutico si dissolve almeno nel riconoscimento, unanime da parte degli studiosi, del significato criptico ed enigmatico dell'opera nel suo insieme. Cfr. ad esempio H. Rochol, *The Dialogue* Parmenides. *An insoluble Enigma in Platonism?*, in «International Philosophical Quarterly», 11 (1971), pp. 496-520.

3 Si anticipa subito, a giustificazione di parte del giudizio appena espresso, che la *oratio obliqua* è sostituita dal discorso diretto da 137c4. Sull'unitarietà del dialogo, cfr. F. Ferrari, *Unità e oggetto del* Parmenide. *Problemi e proposte*, in M. Barbanti-F. Romano (a cura di), *Il* Parmenide *di Platone e la sua tradizione*, *Atti del III Colloquio Internazionale del Centro di Ricerca sul Neoplatonismo (31 maggio-2 giugno 2001)*, Cuecm, Catania 2002, pp. 85-107. Verso l'ipotesi di una probabile successiva unificazione di due scritti diversi per contenuto ed epoca di composizione si è mosso G. Ryle, *Plato's Progress*, Cambridge University Press, Cambridge 1966, tr. it. M. Stefanoni, *Per una lettura di Platone*, Guerini e Associati, Milano 1991, pp. 220-226. Non è purtroppo questo il contesto per approfondire il dibattito sull'autenticità e la datazione, assoluta e relativa, del *Parmenide*, per una disamina del motivo si veda quindi F. Ferrari, *L'enigma del* Parmenide, in Platone, *Parmenide*, F. Ferrari (a cura di), BUR, Milano 2004, pp. 18-27; da ora indicato con Ferrari, *Parmenide* se si intende il saggio introduttivo di Ferrari. L'edizione del *Parmenide* di Platone che il lettore troverà in traduzione italiana è la sud-

questa seconda porzione del *Parmenide* e, più precisamente, sulle dimostrazioni a carattere matematico che ricorrono nelle otto deduzioni elaborate dall'Eleate, con particolare attenzione all'esempio antanairetico del "più giovane-più vecchio" e, soprattutto, senza la pretesa di individuare il soggetto cui si riferiscono di volta in volta le singole ipotesi parmenidee.

La selezione del presente argomento non è guidata dall'intenzione di proporre una semantizzazione "pitagorizzante" degli argomenti, né dalla condivisione della stessa volontà di Migliori, Berti, Cornford e, per certi versi, Sayre di individuare, almeno in alcune precise deduzioni, delle chiare allusioni alla teoria dei principi, di ricavare un modello di deduzione dei numeri-idee o di rintracciare una presunta svolta di Platone verso il pitagorismo[4]. Anticipando il senso del paragrafo successivo, quindi, potremmo dire che questo nostro contributo spera, almeno da un punto di vista schiettamente metodologico, di attuare il senso della stessa γυμνασία prospettata da Socrate sia nella *Repubblica* (libri VI e VII) che nel *Parmenide*.

A determinare la necessità di una "ginnastica" all'interno del *Parmenide*, sono le critiche mosse dall'Eleate stesso alle nozioni di partecipazione (μέθεξις), di separazione (χωρίς) e, più generalmente, alla teoria cosiddetta *standard* delle forme[5]. Si tratta di sette obiezioni sussumibili sotto tre tipologie riguardanti l'estensione del mondo eidetico, la partecipazione e la conoscibilità, unitamente alla funzione, delle idee.

La considerazione dell'assoluta separatezza delle forme induce Parmenide a prospettare una difficoltà epistempologica, "la maggio-

---

detta di Ferrari: ai passi del dialogo platonico, qualora tradotti e citati, sarà pertanto affiancata l'indicazione delle pagine dell'edizione.

4 Cfr M. Migliori, *Dialettica e verità. Commentario storico-filosofico al* Parmenide *di Platone*, ("Temi metafisici e problemi del pensiero antico. Studi e Testi", 12) Vita e Pensiero, Milano 1990, pp. 454 e 463-466; E. Berti, *Struttura e significato del* Parmenide *di Platone*, in Id., *Studi aristotelici*, ("Methodos", 7), Japadre, L'Aquila 1975; F. M. D. Cornford, *Plato and Parmenides*, Routledge, London 1939; K. Sayre, Parmenides*' Lesson*, University of Notre Dame Press, Notre Dame 1996.

5 Per la nozione di μέθεξις cfr. F. Fronterotta, Μέθεξις*: La teoria platonica delle idee e la partecipazione delle cose empiriche. Dai dialoghi giovanili al* Parmenide, Scuola Normale Superiore, Pisa 2001.

re"[6]: l'inconoscibilità del mondo eidetico e, conseguentemente, l'inutilità causale dello stesso. È appunto a seguito di questa difficoltà che Parmenide propone a Socrate un esercizio, "lo stesso di Zenone"[7], dunque dialettico, che ha come oggetto quelle cose che si possono cogliere con il ragionamento, pena la vacuità del pensiero e la perdita della potenza della dialettica (δύναμις τοῦ διαλέγεσθαι) e, con essa, della verità[8]. Al fine di salvaguardare la fondatezza del pensiero, quindi, si richiede indispensabilmente un esercizio specifico.

La ginnastica mentale propedeutica

La volontà di collegare la γυμνασία del *Parmenide* e il γυμνάζειν ἐν μαθήμασι πολλοῖς della *Repubblica*[9] – con attenzione particolare al libro VII – poggia sui diversi punti di contatto che, mi pare, sussistono tra le due concezioni. Quest'ultima opera potrebbe contribuire ad approfondire il senso dell'"esercizio" condotto dall'Eleate, anche senza, per questo, voler far coincidere le deduzioni del *Parmenide* con l'esercizio delle matematiche.

Innanzitutto, la locuzione "pensiero discorsivo" che nella *Repubblica* indica l'insieme delle discipline matematiche (geometria, astronomia, aritmetica unita alla λογιστική e armonica[10]) sembra avere lo stesso fine della ginnastica parmenidea: nel tentativo di delineare il *curriculum studiorum* matematico, Socrate e Glaucone ne ricercano la

---

6 Plat., *Parm.*, 133b4.

7 *Ivi*, 135d8.

8 Se qualcuno nega l'esistenza degli εἴδη "non avrà dove rivolgere il pensiero" (Plat., *Parm.*135b8). Per la δύναμις τοῦ διαλέγεσθαι in riferimento a Plat., *Resp.* VI e VII, cfr. M. Vegetti, *Dialettica*, in Platone, *Repubblica*, M. Vegetti (a cura di), Bibliopolis, Napoli 2003, vol. V, pp. 405-433; Id., *Guida alla lettura della* Repubblica *di Platone*, Laterza, Roma-Bari, pp. 224-226 e 237-242.

9 Plat., *Resp.* VI, 503e3, *passim*.

10 Cfr I. Mueller, *Mathematical Method and philosophical Truth*, in R. Kraut (a cura di), *The Cambridge Companion to Plato*, Cambridge University Press, Cambridge 1992, pp. 170-195. Per la corrispondenza tra il *curriculum* matematico della *Repubblica* e il *quadrivium* pitagorico cfr. A. Adam, *A Commentary on Plato's* Republic, New York-London 1963, pp. 163-168.

disciplina specifica (μάθημα); quest'ultima, oltre a dover avere un certo potere (δύναμις) per il filosofo politico, deve essere in grado di "trascinare" l'anima dalla sfera del divenire a quella dell'essere[11]. In altri termini, l'esercizio di una o più precise discipline matematiche può far maturare nei futuri filosofi la capacità di giungere al μέγιστον μάθημα ossia all'idea del buono. Per esclusione, i due personaggi indentificano il μάθημα con l'aritmetica e la λογιστική (generalmente tradotta come "scienza del calcolo"), la ricerca e l'utilizzo delle quali viene appunto descritto come un'esercitazione[12].

Si tratta, dunque, di un sapere discorsivo non "banausico", cioè non impiegato a scopi pratico-manuali o commerciali bensì ad altri di tipo esclusivamente conoscitivo[13]. Sulla scorta della medesima concezione, nel *Parmenide* il vecchio eleate, proprio nel delineare le regole della γυμνασία, ringrazia Socrate per non aver escluso dal loro ragionamento la realtà delle forme – sebbene, c'è da riconoscerlo, non si faccia più menzione esplicita degli εἴδη nel corso delle deduzioni[14].

La ginnastica delle due opere platoniche si configura quindi come sforzo mentale in grado di affinare l'acutezza d'ingegno di chi la pratica, irrobustendone le capacità logiche, ed è finalizzata al conseguimento di un'adeguata preparazione in vista della filosofia. A tal proposito, è interessante ricordare il parallelismo, presente nello

---

11 Plat., *Resp.* VII, 521d3-4: «Quale sarà Glaucone quella disciplina (μάθημα) che trascina l'anima dalla sfera del divenire a quella dell'essere?». La traduzione della *Repubblica* di Platone utilizzata è di R. Radice-G. Reale, Bompiani, Milano 2009, p. 757. La stessa edizione varrà per le citazioni successive.

12 E. Cattanei, *Le matematiche al tempo di Platone e la loro riforma*, in Platone, *Repubblica*, cit., pp. 473-477.

13 Plat., *Resp.* VII, 525d1-2, p. 771: «Ora che si è discusso della scienza dei calcoli, capisco anch'io come essa sia elevata e per molti aspetti utile al nostro scopo, se uno l'approfondisce al puro fine della conoscenza e non a vantaggio dei propri traffici». Cfr. la distinzione che ricorre in *Filebo* 56d4-57a4 tra le matematiche "di massa" e quelle "secondo filosofia".

14 Plat., *Parm.*, 135d9-e4, p. 235. Parmenide stesso risponde a Socrate: «Ho apprezzato ciò che gli [a Zenone] hai detto, cioè che non permettevi che l'indagine fosse confinata agli oggetti visibili e ad essi si limitasse, mentre occorreva occuparsi di quelle cose che si possono cogliere perfettamente con il ragionamento e che si può supporre che siano forme».

studio di Cattanei, con la pedagogia ateniese del IV secolo. La studiosa adduce come esempio di questa visione condivisa dell'esercizio matematico come allenamento mentale l'*Antidosis* di Isocrate, opera nella quale l'oratore descrive la pratica delle attività di calcolo alla stregua di una prova di resistenza, simile alle fatiche degli esercizi fisici; anch'essa si rivolge non al mondo del divenire ma si orienta verso ciò che è, per questo è detta da Isocrate anche "ginnastica dell'anima"[15].

Che questo esercizio mentale costituisca solamente un livello, sebbene non il primo, dell'educazione filosofica, è confermato dall'esitazione di Parmenide nel condurre le deduzioni assieme al più giovane dei presenti: Aristotele. Digiuno persino dello stesso metodo zenoniano, non essendo presente al momento della lettura dell'opera, non sorprende che questo personaggio corrisponda all'Aristotele storico che prese parte al governo oligarchico dei Trenta Tiranni del 404[16]. Per Platone la dialettica non può essere praticata da giovani inesperti, ma da persone preparate da anni di studi matematici[17].

La presenza di numerosi *exempla* aritmo-geometrici nelle ipotesi del *Parmenide* convalida la rappresentazione dell'esercizio come appartenente all'«ambito dei presupposti»[18]: in esso non si ritrovano i lineamenti di alcuna dottrina poiché non è questo il suo compito quanto, piuttosto, quello di "rivelare agli allievi dell'Accademia i possibili errori insiti nel ragionamento"[19] e dunque di rendere più abili nella riflessione, rafforzando gli indispensabili strumenti concettuali per il raggiungimento della verità[20].

---

15 Isocr., *Antid.*, 262-267. Cattanei, *Le matematiche cit*, pp. 477-478.

16 Cfr. F. Trabattoni, *L'errore di Socrate*, in Barbanti-Romano, cit., *Il* Parmenide *di Platone cit*, pp. 152-153; Ferrari, *Parmenide*, p. 108; M. H. Miller, *Plato's* Parmenides. *The Conversion of the Soul*, Princeton University Press, Princeton 1986, p. 78.

17 Cfr Plat., *Resp.* VII, 539b.

18 Ferrari, *Parmenide*, p. 156.

19 «The detection of errors in reasoning» secondo R. Robinson, *Plato's* Parmenides, in «Classical Philology», 37,1 (1942), pp. 51-76. Cfr. inoltre T. W. Bestor, *Plato's Semantics and Plato's* Parmenides, in «Phronesis», 25 (1980), pp. 38-75.

20 Cfr W. D. Ross, *Plato's Theory of Ideas*, Clarendon Press, Oxford 1953, tr. it. G. Giorgini, *Platone e la teoria delle idee*, Il Mulino, Bologna, pp. 135-138.

Gli *exempla* matematici nelle deduzioni

Figura geometrica, contatto e classificazione dei numeri

In questa sezione vorrei soffermarmi su tre tipi di *excursus* matematico: l'esempio della figura geometrica (che ricorre, esplicitamente o implicitamente, in diverse deduzioni) in congiunzione con quello del contatto e, infine, il caso della classificazione dei numeri. Tuttavia, è necessario introdurre sommariamente in che modo si articolano le otto deduzioni e a quali conclusioni portano.

Il soggetto delle due ipotesi di Parmenide è l'"uno" del quale viene data una formulazione positiva e una negativa: εἰ ἓν ἐστι – εἰ ἓν μὴ ἐστι [21]. Se si segue lo schema adottato da Ferrari, le due ipotesi (quella positiva H e quella negativa ¬H) si articolano rispettivamente in quattro deduzioni (D1-4), ognuna delle quali analizza quanto accade all'uno e agli altri dall'uno sia πρὸς αὑτὸ che πρὸς τὰ ἄλλα[22].

Riportiamo in modo conciso gli esiti delle quattro deduzioni della prima ipotesi (H): in D1 l'uno è scevro di ogni tipo di predicazione – le predicazioni di cui parliamo sono: intero-parte, limitato-illimitato, in un luogo, moto-quiete, identico-diverso, simile-dissimile, uguale-disuguale, nel tempo, partecipe dell'essere, conoscibile-inconoscibile; mentre in D2 esso le possiede tutte; "gli altri" in D3 sono determinabili da tutte le predicazioni – per questo D3 è stata accostata a D2 –, al contrario di quanto avviene in D4 – parallela invece alla prima – dove agli "altri" è negata ogni sorta di definizione.

---

21 Sorvoliamo sulla spinosa questione della resa di ἐστι come predicativo o esistenziale. Si veda comunque Ferrari, *Parmenide*, pp. 130-140; Fronterotta, *Guida alla lettura del* Parmenide *cit*, pp. 101-104.

22 Ferrari, *Parmenide*, pp. 110-111, in base al quale utilizzeremo la lettera "H" per indicare le ipotesi (anteponendo il segno ¬ per quella negativa) e la "D" per le deduzioni. Sulla distinzione tra προς αὑτὸ e προς τὰ ἄλλα ha posto l'accento C. C. Meinwald, *Plato's* Parmenides, Oxford University press, Oxford 1991, soprattutto cap. II e III; la stessa distinzione consentirebbe inoltre di sciogliere il nodo del "terzo uomo", cfr. Ead., *Good Bye to the Third Man*, in Kraut, *The Cambridge Companion to Plato*, cit., pp. 365-396.

L'ipotesi ¬H propone una risoluzione simile, essendo quindi contradditoria nel complesso, delle proprie deduzioni: in D1 l'uno, sebbene "non sia", è in possesso di un complesso di qualificazioni, in D2 il soggetto in esame non può essere (considerato o qualificato) in alcun modo; in D3 "gli altri" sono privi di determinazioni ontologiche ma possono "apparire", in D4 questi ultimi non possono nemmeno apparire in un certo modo.

I risultati decisamente negativi ossia quelli che non ammettono alcuna sorta di definizione e precludono la pensabilità del soggetto si hanno quando quest'ultimo è considerato "rispetto a se stesso" o, secondo l'interpretazione di Fronterotta, in totale "separazione" dal resto; ci si trova in una medesima condizione, inoltre, quando il non essere del soggetto in questione è preso in senso assoluto[23].

Per quanto concerne l'esempio della figura geometrica e del contatto, bisogna tenere conto del fatto che il primo viene introdotto sia nell'ipotesi in cui l'uno, esclusivamente in relazione a sé, non ha determinazioni sia nel caso in cui le ammetta; il secondo, invece, è conseguente all'attribuzione della figura geometrica al soggetto.

Parmenide definisce la figura circolare e quella rettilinea rispettivamente come: «ciò i cui estremi si trovano a uguale distanza dal centro» e «ciò il cui centro – cioè la "linea di visione" – è posto tra due estremi»[24]. In virtù di queste due definizioni, tutto ciò che è sprovvisto di parti e che non si può considerare come intero non possiede figura geometrica[25]. Tale privazione implica inoltre che non si trovi in contatto con nulla e non si dia per esso movimento alcuno, neppure quello su se stesso; il moto circolare prevede infatti una rotazione delle parti attorno a un centro[26].

La figura geometrica e la situazione di contatto con qualcosa vengono reintrodotte nel momento in cui all'uno, considerato in relazione agli altri, possono essere attribuite delle qualificazioni, tra

23 Fronterotta, *Guida alla lettura del* Parmenide *cit*, pp. 100-101.

24 Plat., *Parm.*, 137e1-4 e *nota ad locum* p. 245. Cfr. Eucl., *Elem.* I, def. 4, T. Heath (a cura di), Cambridge University Press, Cambridge 1968, vol. 1, pp. 153: «A straight line is a line which lies evenly with the point on itself». Da ora indicheremo questa edizione semplicemente con Eucl., *Elem*, specificandone solo il volume e le pagine.

25 Plat., *Parm.*, 137d4-138a7.

26 *Ivi*, 140b6-141a. Cfr. Eucl., *Elem.* III, def. 9, vol. 2, p. 6.

cui quella di essere e non essere negli altri. Questo tipo di uno avrà dunque un principio, un mezzo e una fine (ἀρχή, μέσον, τελευτή) che costituiranno appunto la figura[27]. Come sottolinea giustamente Ferrari, sebbene questi passaggi conservino un'impronta pitagorizzante, non si deve certamente intendere l'assegnazione all'uno di figura geometrica come possesso di questi precisi caratteri, quanto la compatibilità dell'uno con gli attributi della geometria[28].

Il contatto (ἅψις), nelle parole dell'Eleate, è inteso prima in senso geometrico e poi aritmetico[29].

> Parmenide: Ciò che è destinato a entrare in contatto, rimanendo separato, bisogna che sia consecutivo rispetto a ciò con cui deve entrare in contatto e bisogna che non ci sia una terza realtà in mezzo ad essi. Perché ci sia contatto devono esistere come minimo due cose. […] Quando a due realtà se ne aggiunge di seguito una terza, queste risulteranno tre e due saranno di conseguenza i contatti. In questo modo, ogni volta che si aggiunge un'unità, si aggiunge anche un contatto e accade che i contatti siano inferiori di un'unità rispetto alla quantità numerica. […] Se ci fosse un solo ente e non ci fosse dualità (δυὰς), non si avrebbe contatto.[30]

Perché ci sia contatto aritmetico è necessario che un ente sia consecutivo rispetto a un altro e che non si interponga tra i due un'altra realtà. Bisogna, quindi, che esistano almeno due cose[31].

---

[27] *Ivi*, 145a2-b5. Cfr. Cornford, *Plato and Parmenides*, pp. 146-147, *nota ad locum*: come spiega lo studioso, per i pitagorici, stando alla testimonianza di Arist., *De caelo*, I, 1, 268a10, «the All and all things are determined by the number three, for end, middle and beginning give the number of the whole, and their number is the triad».

[28] Ferrari, *Parmenide*, p. 277, *nota ad locum*.

[29] Per la nozione di contatto, consecutività e contiguità cfr. Arist., *Phys.*, V, 3, 226b23-277a9, *passim*: «Dico che sono in contatto le cose i cui estremi sono insieme. […] Consecutivoè ciò che, essendo dopo l'inizio, determinato così o per posizione o per forma o per qualcos'altro, non ha intermedia nessuna cosa tra quelle […] Ciò che è consecutivo è consecutivo a qualcosa ed è qualcosa che viene dopo; ché non l'uno è consecutivo al due […] ma questi [ultimi] lo sono a quelli. Contiguo è ciò che, essendo consecutivo, è in contatto» (tr. it. M. Zanatta, UTET, Torino 1999, pp. 265-266).

[30] Plat., *Parm.*, 149a4-c6, pp. 292-293.

[31] *Ivi*, 148e7.

Tuttavia, se a queste due realtà se ne aggiunge una terza, esse risulteranno ovviamente tre, ma i contatti geometrici saranno due. Il numero degli enti che entrano in contatto, infatti, sarà sempre maggiore di una unità rispetto a quello dei contatti veri e propri: se, ad esempio, si desse un singolo ente, non ci sarebbe allora nessun contatto, né aritmetico né geometrico.

Veniamo ora alla porzione del *Parmenide* dedicata alla cosiddetta "generazione o classificazione dei numeri"[32]. Solo a partire da due termini, "essere" e "uno" nella fattispecie, si è legittimati ovviamente a parlare di "coppia", sebbene ognuno dei costituenti permanga uno. È quasi impossibile non collegare la designazione dell'Eleate alle definizioni di Euclide a proposito dell'unità e del numero: (nella traduzione di Heath) «a unity is that by virtue of which each of the things that exists is called one»; «a number is a multitude composed of units»[33].

> Parmenide: E allora quando dico essere e uno, non li dico forse entrambi? E anche quando dico essere e diverso, oppure diverso e uno, anche così non mi riferisco in ciascun caso a una coppia (ἄμφω)? E ciò che correttamente viene definito coppia potrebbe essere tale senza essere due? […] Ciascuno di questi [membri della coppia] sarà dunque uno, visto che essi sono elementi di un insieme di due. Ma se ciascuno di questi membri è uno, aggiungendo uno qualsiasi di essi a una qualsiasi coppia, il tutto non diventa tre? E tre non è dispari, mentre il due è pari?[34]

Due unità insieme producono un numero, in questo caso il doppio di uno, che rappresenta qualcosa di diverso e indipendente dalle cifre stesse che lo compongono. Aggiungendo alla coppia appena formata un terzo elemento si otterrà un insieme sovradeterminato del "trio". In questo modo Parmenide ricava aritmeticamente

---

[32] Tralasciamo volontariamente la questione se il passo in esame abbia come oggetto i numeri ideali o la realtà intermedia dei numeri matematici o gli aspetti numerabili delle cose sensibili. Sulla base di Ferrari, *Parmenide,* pp. 272-273, *nota ad locum*, segnaliamo però che i numeri ideali si distinguono da quelli matematici in quanto «non combinabili cioè non producibili con operazioni aritmetiche», le quali non sembrano escluse dal passo che ci riguarda.

[33] Eucl., *Elem.*, VII, deff. 1-2, vol. 2, p. 277.

[34] Plat., *Parm.*, 143c8-d9, pp. 269-271.

l'esistenza del primo numero pari: 1+1; 1(2). Subito dopo, del primo dispari: (1+1)+1; 1(3)[35]. Ferrari propone che si parli in questo caso di "qualità" numeriche, piuttosto che di "quantità", essendo il pari e il dispari "predicati numerici fondamentali"[36].

> Parmenide: Se esiste il due, non deve esserci anche il due volte? E se esiste il tre, anche il tre volte, visto che il due è due volte uno e il tre è tre volte uno? E se esiste il due e due volte, non deve esserci anche il due volte due? Se c'è anche il tre e tre volte, deve esserci dunque anche il tre volte tre? […] Dal momento che esistono il tre e il due volte, e il due e il tre volte, non è necessario che ci sia pure il due volte tre e il tre volte due? […] Si avranno perciò numeri parimenti pari, imparimenti dispari, e poi imparimenti pari e parimenti dispari (ἄρτιά τε ἄρα ἀρτιάκις ἂν εἴη καὶ περιττὰ περιττάκις καὶ ἄρτια περιττάκις καὶ περιττὰ ἀρτιάκις).[37]

Avendo ottenuto il 2 e il 3, ossia il "due volte" e il "tre volte" l'uno, si potrà acquisire anche il doppio di 3 e il triplo di 2. Da questo punto è possibile derivare, in una maniera simile a quella dell'*Introduzione all'aritmetica* di Nicomaco di Gerasa[38], altri tipi di numero: (I) i parimenti pari, ossia i numeri soggetti a una continua divisione per due fino ad arrivare all'unità; (II) i parimenti dispari, divisibili per due solo una volta; (III) gli imparimenti pari, divisibili più di una volta per due ma non fino ad ottenere l'unità; (IV) gli imparimenti dispari che possiedono la caratteristica peculiare dei numeri dispari, ovvero l'indivisibilità – come i numeri primi. Se si prende in considerazione il ragionamento nel suo complesso, includendo anche la parte iniziale che prevede l'aggiunta di un'unità a un insieme numerico qualsiasi, il metodo esposto da Parmenide esaurirebbe, secondo Sayre, la generazione di tutti i numeri interi, anche dei numeri primi successivi al 2 e al 3[39].

---

35 Cfr anche la dottrina "fossile" costruita sulle definizioni del pari e del dispari in Eucl., *Elem.*, IX, soprattutto prr. 21-34, vol. 2, pp. 413-420. Cattanei, *Le matematiche cit*, pp. 496-498. Cfr. R. E. Allen, *Plato's* Parmenides, Yale University Press, New Haven-London 1997, pp. 262-264.

36 Ferrari, *Parmenide*, p. 272, *nota ad locum*.

37 Plat., *Parm.*, 143e2-144a2, p. 271.

38 Nicom., *Intr. arith.*, I, 15, 4, *passim*, R. Hoche (a cura di), Bibliotheca Scriptorum Graecorum et Romanorum Teubneriana, Lipsia 1866, pp. 38 ss..

39 Sayre, *Parmenides' Lesson*, pp. 170-171.

L'esempio antanairetico del "più giovane – più vecchio"

La λογιστική oggetto di ricerca nel dialogo tra Socrate e Glaucone nella *Repubblica* si occupa dei rapporti tra numeri interi[40]. Il "rapporto" (*ratio*) matematico può intendersi sia come proporzione tra grandezze (geometriche) – secondo la connotazione euclidiana[41] – o, spiega Zellini, come una sorta di algoritmo cioè come «processo computazionale numerico»[42]. Si ha "stesso rapporto" quando è possibile applicare, almeno a grandezze commensurabili, il procedimento antanairetico delle "sottrazioni ripetute"[43].

Il nome del procedimento, oggi conosciuto come "algoritmo euclideo", si deve a un passo dei *Topici* (158b29-35) di Aristotele nel quale quest'ultimo afferma:

> La retta che taglia il piano, parallela al lato [di un parallelograma], divide parimenti la linea e la superficie […] ché le superfici e le basi hanno la stessa "antanairesi", e questa è la definizione di "stesso rapporto".[44]

Si tratta, quindi, della reiterazione di un'operazione di sottrazione che si applica a grandezze differenti: ad esempio, dati due segmenti di retta, a e b, dove $a>b$, sottraendo n-volte b ad a, se in questo modo a si esaurisce, allora il segmento più piccolo consentirà di misurare quello maggiore e l'operazione può considerarsi conclusa; è il caso della sottrazione ripetuta. Se invece, pur sottraendo ripetutamente b ad a, rimane un segmento di resto r

---

40 Plat., *Resp.* VI, 510c3.

41 Eucl., *Elem.* V, deff. 5-6, vol. 2, pp. 120-129, nelle quali sarebbe presente una teoria tradizionalmente attribuita a Eudosso, cfr. L. Borzacchini, *Il computer di Platone: alle origini del pensiero logico e matematico*, Dedalo, Bari 2005, p. 259.

42 P. Zellini, Gnomon. *Un'indagine sul numero*, Adelphi, Milano 1999, p. 131.

43 H. Mendell, *Aristotle and Mathematics*, https://plato.stanford.edu/entries/aristotle-mathematics/.

44 Arist., *Top.*, 158b29-35, M. Zanatta (a cura di), UTET, Torino 1996, p. 295, integrata con la traduzione di Cattanei, *Le matematiche cit*, p. 501. Cfr., inoltre, A. Szabó, *Anfänge der griechischen Mathematik*, Oldenbourg, Muchen-Wien 1969, tr. ingl. di A. M. Ungar., *The Beginnings of Greek Mathematics*, Reidel, Dordrecht-Boston-London 1978, pp. 100-102.

(laddove $r < b$, $r < a$ cioè $r = a$ – n-volte b), allora si prenderà r come misura comune dei segmenti a e b e si procederà alla sottrazione ripetuta di tale r ad a e b, fino a che i due segmenti maggiori non vengano esauriti[45]. In tal caso il rapporto è esprimibile con una serie ordinata e chiusa di numeri interi che rappresenta l'andamento della sottrazione stessa.

Nel caso di grandezze incommensurabili, come quello ad esempio del lato e della diagonale di un quadrato (o in quello dei sopracitati segmenti a e b, ma questa volta non dati come commensurabili), l'antanairesi procede all'infinito, con l'effetto di riprodurre iteratamente la medesima figura geometrica di dimensioni progressivamente minori; Cattanei ci offre l'esempio illustrato dell'antanairesi del lato e della diagonale di un pentagono, dove la differenza del lato e della diagonale del pentagono maggiore corrisponde alla diagonale del pentagono minore, e così via[46]. La serie di numeri interi del rapporto rimane dunque aperta.

Vi sono diversi passi platonici che presentano il caso di un procedimento antanairetico: oltre alla *Repubblica*, al *Menone* e al *Teeteto*[47], vi è appunto il *Parmenide*. Il problema delle grandezze incommensurabili – cui il procedimento antanairetico è strettamente legato, assieme a quello dei numeri irrazionali – appare tanto improvvisamente quanto rapidamente nella prima deduzione della prima ipotesi (HD1)[48], laddove all'uno veniva negata la possibilità di determinarsi

45 I. Toth, *Lo schiavo di Menone. Il lato del quadrato doppio, la sua misura non-misurabile, la sua ragione irrazionale*, Vita e Pensiero, Milano 1998, p. 39-40. Per l'esposizione del procedimento di *anatairesis* o *anthyphairesis*, cfr. B. L. van der Waerden, *A History of Algebra. From al-Kwārizmī to Emmy Noether*, Springer, Berlin-Heidelberg 1985, pp. 30-31.

46 Cattanei, *Le matematiche cit*, pp. 503-505.

47 Plat., *Resp.* VIII, 546b1; *Men.*, 82b-86c; *Theaet.*, 196a-199b.

48 Id., *Parm.*, 140b6-d8, pp. 255-257: «Inoltre, se è come è stato descritto, non sarà né uguale né disuguale, né a se stesso né ad altro. Se fosse uguale, avrebbe le stesse unità di misura (τῶν αὐτῶν μέτρων ἔσται) di ciò a cui è uguale. Se fosse in qualche modo maggiore o minore, rispetto alle cose nei cui confronti è commensurabile (σύμμετρον), avrebbe più unità di misura di quelle più piccole, e meno di quelle più grandi. Invece rispetto alle cose nei cui confronti non è commensurabile, sarà costituito da unità di misura in un caso più piccole, nell'altro più grandi. Ma non è impossibile che ciò che non partecipa dell'identico sia costituito o dalle identiche

come uguale, maggiore o minore rispetto a sé o ad altro; l'affermazione di un'uguaglianza implicherebbe necessariamente che tra l'uno e se stesso o tra l'uno e ciò che è altro dall'uno, venisse stabilita un'unità di misura condivisa[49]. Parmenide dice, infatti, che nel caso di grandezze commensurabili l'uno avrebbe più o meno unità di misura, nel caso di quelle incommensurabili, invece, la grandezza maggiore risulterebbe avere un'unità di misura più grande rispetto alla minore.

La tensione paradossale che sussiste trasversalmente tra ipotesi e singole deduzioni del *Parmenide* emerge ancora di più se si mette in relazione il breve accenno alla dinamica "più giovane-più vecchio" di HD1 con la stessa più ampliamente sviluppata in HD2. Queste due deduzioni analizzano le conseguenze derivanti dall'attribuzione della predicazione temporale all'uno, cioè che quest'ultimo possa trovarsi nel tempo e dunque essere più vecchio, più giovane o avere la medesima età rispetto a sé (D1) e anche rispetto a ciò che è altro dall'uno (D2)[50].

---

unità di misura o da qualsiasi altra cosa di identico? […] Allora non sarà uguale né a sé né ad altro, dal momento che non è costituito dalle stesse unità di misura. Se invece fosse costituito da un numero maggiore o minore di unità di misura, sarebbe costituito di tante parti quante sono le misure. […] Non sarà più uno, bensì una quantità corrispondente a quella delle misure».

49 Conford, *Plato and Parmenides*, p. 126: «Equal can be defined simply as having the same number of measure (units of number of magnitude). Unequal as applied to commensurables (including all numbers) means having a different numbers of the same measure»; cfr. Eucl., *Elem.* V, def. 10, vol. 2, p. 132. L'uguaglianza, almeno agli esordi della matematica, non è una relazione tra numeri, quanto tra grandezze geometriche, cfr. Borzacchini, *Il computer di Platone cit*, p. 257.

50 Rispettivamente Plat., *Parm.*, 141a5-d2, pp. 257-261: «Oppure non è necessario che qualcosa, se è nel tempo, diventi costantemente più vecchio di se stesso? Ma ciò che è più vecchio, non è tale sempre nei confronti di un più giovane? Allora ciò che diventa più vecchio rispetto a se stesso, contemporaneamente diventa anche più giovane di sé, dal momento che deve avere qualcosa rispetto a cui diventa più vecchio. [...] Allora è necessario, a quanto sembra, che tra le cose che sono nel tempo e che partecipano di ciò che lo caratterizza, ciascuna abbia la medesima età rispetto a sé e che diventi contemporaneamente più vecchia e più giovane di se stessa» e 152a5-e9, spiegazione decisamente più estesa ma che, nella sostanza, esp-

Entrambi i passi, seppur con esiti reciprocamente antitetici, condividono una visione contro-intuitiva della relazione di comparatività rispetto al medesimo oggetto, l'uno: qualsiasi cosa si trovi nel tempo diviene più vecchia sempre rispetto a qualcos'altro che è più giovane, e viceversa. Oltre ciò, qualsiasi cosa partecipi del tempo, e che quindi possa invecchiare e ringiovanire, ha la medesima età rispetto a sé; in altre parole, il tempo in cui l'uno diviene più vecchio risulta uguale a quello in cui l'uno diviene più giovane. Emblematico e suggestivo resta il paragone di Deleuze con il personaggio del racconto di Lewis Carroll, Alice, e l'esempio platonico[51].

Se A è più(x) rispetto a B, allora B è più($\neg x$) rispetto ad A;

l'apparente illogicità scaturisce dal considerare A e B – Alice per Deleuze e l'uno per Platone – in "simultaneità" logica. Mi spiego meglio: l'equivalenza logica di una formula riflessiva (l'uno diventa più vecchio di sé) conduce a riconoscere validità anche all'asserzione reciproca (l'uno diventa più giovane di sé). Il paradosso consiste appunto nella riflessività dell'asserto ossia nell'identità del termine che è soggetto delle due formule.

La discussione del processo d'invecchiamento e ringiovanimento dell'uno rispetto a se stesso è stata inoltre analizzata, sullo sfondo del problema dell'incommensurabilità e dei paradossi zenoniani, da Toth, il quale ha definito questo passaggio antanairetico dell'aporia "giovane-vecchio" come «inseguimento duale»[52].

---

rime il medesimo concetto della deduzione precedente. Rammentiamo che, sebbene il ragionamento delle due deduzioni sia lo stesso, queste conducono a risultati opposti: nella prima viene negata la partecipazione al tempo e a ciò che consegue per l'invecchiamento e il ringiovanimento; la seconda, invece, ammette tale "partecipazione" temporale. Per una simile situazione di reciprocità cfr. inoltre *Resp.* IV, 438b-c e 430e.

51 G. Deleuze, *Logique du Sens*, Editions de Minuit, Paris 1969, pp. 9-12.

52 I. Toth, *I paradossi di Zenone nel* Parmenide *di Platone*, ("Momenti e problemi della storia del pensiero", 7), Officina Tipografica, Napoli 1994, pp. 60-94; alla p. 64 Toth ripropone la formalizzazione del ragionamento platonico basandosi sulla successione delle coppie di numeri diagonali e laterali.

La dimostrazione della coetaneità, della maggiore e della minore età dell'uno rispetto a sé si ricollega alla problematicità delle nozioni di essere e divenire:

> Parmenide: Ma non cessa [l'uno] di diventare più vecchio quando incontra il presente, e allora non diventa più vecchio, ma in quel momento lo è già? […] Se è necessario che tutto ciò che diviene non eluda il presente, quando si trova in esso cessa di diventare continuamente, e in quel momento è ciò che gli succede di essere diventato. Allora l'uno, quando nell'atto di diventare più vecchio incontra il presente, cessa di diventare più vecchio, perché in quel momento è più vecchio. […] Allora l'uno è più giovane di sé quando, diventando più vecchio, incontra il presente. […] L'uno, allora, è e diviene costantemente sia più vecchio sia più giovane di se stesso. […] Ma esso è o diviene per un tempo maggiore oppure uguale rispetto a sé?
>
> Aristotele: Per un tempo uguale.
>
> Parmenide: Se diventa o è per un tempo uguale, ha certamente la stessa età.[53]

La totalità del tempo *t* rappresenta l'arco temporale in cui sia l'uno-più-vecchio che l'uno-più-giovane dispiegano la propria durata; seguendo la spiegazione di Toth, la "dualità" della funzione *f* dell'invecchiamento

(f: dominio=uno-giovane $\rightarrow$ codominio=uno-vecchio)

è invertibile nella funzione f^{inv} del ringiovanimento

[53] Plat., *Parm.*, 152b5-e6, pp. 305-307. L'argomento prosegue determinando la relazione di temporalità che sussiste tra l'uno e gli altri dall'uno; questi ultimi, possedendo la caratteristica della pluralità e partecipando quindi di un numero maggiore di uno, sono più giovani dell'uno stesso: «tra tutte le cose numerabili l'uno è il primo a essersi generato», sostiene Parmenide. Il riferimento è in questo caso all'uno come principio della serie numerica il quale può essere considerato più vecchio rispetto agli altri, maggiori e successivi al primo numero, che sono venuti all'essere dopo. Tuttavia, l'uno, in quanto totalità e principio unificante, si genera anche al compimento (di un processo o di una serie) ed è pertanto posteriore e quindi più giovane rispetto agli altri. Cfr Plat., *Parm.*, 153a4-e4.

(f^{inv}: codominio=uno-vecchio → dominio=uno-giovane).[54]

La freccia → della funzione f è sempre orientata dal dominio al codominio, infatti «è funzione della freccia "generare" il codominio a partire dal dominio dato, nel caso che il codominio sia risultato di un atto naturale di generazione»[55]. La funzione f assegna dunque all'uno-giovane un'età maggiore a sé nel futuro, laddove in un tempo fisico t condiviso il soggetto patisce il processo naturale del divenire vecchio; in f^{inv} avviene diametralmente l'opposto, motivo per cui f rappresenta il "tempo positivo degli eventi" e f^{inv} quello "negativo della storia"[56]. Il termine "dualità" indica per lo studioso l'inversione «della "terna" <dominio-freccia-codominio>» ossia l'istituzione «fra la terna data e la sua inversa di una relazione peculiare»; detto altrimenti, la dualità di una funzione vecchio→giovane consiste nella possibilità della stessa di essere invertita nella propria funzione opposta, giovane→vecchio.

Inoltre, il soggetto simultaneo di f e f^{inv} – l'uno del *Parmenide* – si contraddistingue come "assolutamente-giovane" o "assolutamente-vecchio" in un punto x di t (il *nunc*) o, secondo il formalismo proposto da Toth, in "O(n)", l'"ora n" dove n può essere sostituito dalle cifre arabe usate come "indici" per distinguere un preciso *situs* nel tempo[57].

Vale la pena soffermarsi anche sul prosieguo del ragionamento di Parmenide che, pur non essendo parte dell'esempio antanairetico vero e proprio, ma ad esso immediatamente successivo, illustra la diminuzione del rapporto tra due grandezze, l'uno e gli altri.

> Parmenide: se una cosa è più vecchia di un'altra, essa non può diventare ancora più vecchia di quanto differisse per età all'inizio, quando venne all'essere; a sua volta, neppure ciò che è più giovane può diventare ancora più giovane. Questo perché, aggiungendo a quantità disuguali quantità

---

[54] I. Toth, *Aristotele e i fondamenti assiomatici della geometria. Prolegomeni alla comprensione dei frammenti non-euclidei nel* Corpus Aristotelicum, ("Temi metafisici e problemi del pensiero antico", 56) Vita e Pensiero, Milano 1997, pp. 205-206.

[55] *Ivi*, p. 202.

[56] *Ivi*, pp. 209-216.

[57] *Ivi*, pp. 211-214.

uguali, di tempo o di qualsiasi altra grandezza, si fa in modo che differiscano sempre della stessa quantità che li divideva all'inizio.[58]

Si dà il caso, dice l'Eleate, che il più vecchio non possa diventare ancora più vecchio rispetto a un più giovane di quanto differisse per età quando venne all'essere; in altri termini, se si aggiungono quantità uguali a grandezze disuguali, quest'ultime differiranno sempre della stessa quantità che le divideva all'inizio. L'assunto da un punto di vista formale è trascrivibile in questi termini:

se $a > b$, allora $a - b = x$ ossia $a + n > b + n$,
allora $(a + n) - (b + n) = a - b = x$.

Le cose cambiano, però, se si prende in considerazione il rapporto, e non la mera differenza aritmetica, di quelle stesse grandezze.

Parmenide: Ma esamina di nuovo. Se aggiungiamo a una quantità di tempo maggiore e a una minore una quantità uguale, il tempo maggiore differirà dal minore di una frazione uguale o più piccola?

Aristotele: Di una più piccola.

Parmenide: Dunque, quale che fosse in principio il rapporto in ragione del quale l'uno differiva per età rispetto agli altri, questo rapporto non sarà valido anche per il seguito; ma se l'uno riceve una quantità di tempo uguale agli altri, differirà per età dagli altri in misura sempre minore rispetto a prima. Ora, ciò che differisce per età rispetto a qualcosa in misura minore di prima, non diventa più giovane di quanto fosse prima, nei confronti di quelle cose rispetto alle quali prima era più vecchio? Ma se l'uno diventa più giovane, gli altri a loro volta non diventano rispetto all'uno più vecchi di quanto fossero prima? Ciò che è più giovane ed è venuto all'essere dopo, diventa più vecchio rispetto a ciò che è venuto all'essere prima ed è più vecchio, ma non è mai più vecchio, bensì diventa costantemente più vecchio di quello. […] E nel medesimo modo, a sua volta, ciò che è più vecchio diventa più giovane di ciò che è più giovane.[59]

[58] Plat., *Parm.*, 154b2-9.
[59] *Ivi*, 154d-155a2, pp. 313-315.

In questo caso si assiste a una diminuzione del rapporto di due quantità date inizialmente: aggiungendo quantità eguali a quantità diverse, il loro rapporto può diminuire; la grandezza maggiore cioè differirà dalla minore per una frazione più piccola rispetto a quella precedente.

Se $a > b$, allora $(a + n) : (b + n) < a : b$.

Questo rapporto tende all'unità e diminuisce con l'avanzamento delle rispettive "età" ($a + n$; $b + n$) dell'uno; potremmo considerare, con le dovute difformità e specificità metodologiche, questa esposizione della differenza del rapporto come una lettura supplementare delle funzioni f e f^{inv} e tentare di spiegare così la presenza di un simile ragionamento all'interno della dimostrazione parmenidea.

In definitiva, anche ciò che in principio era più vecchio può "divenire" più giovane rispetto a un più giovane ma non può "esserlo": lo scarto, che come abbiamo detto tende all'unità, non può infatti annullarsi[60]. Le ragioni della sequenza che esprime il rapporto e la sua differenza, specifica Allen, sono in progressione infinita senza che, tuttavia, si tratti di una vera progressione o di una serie[61].

Ferrari chiarisce che tale principio risulta connesso alle operazioni di calcolo con le frazioni e avanza un esempio "nel contesto temporale": se a = 10min. e b = 5min., allora il rapporto o scarto è di $^1/_2$; ma se aggiungiamo ad ognuno la quantità x = 5min. in modo tale che (10min. + 5min.) : (5min. + 5min.), il rapporto è di $^1/_3$, dunque

$(a + n) : (b + n) < a : b$.[62]

[60] *Ivi*, 155a5-6, p. 315: «Tuttavia essi non possono essere diventati tale [il più giovane non può essere più vecchio rispetto al più vecchio né il più vecchio può essere più giovane rispetto al più giovane], perché se lo fossero diventati, non lo doventerebbero più, ma lo sarebbero».

[61] Allen, *Plato's* Parmenides, pp. 304-305.

[62] Ferrari, *Parmenide*, pp. 314-315, *nota ad locum*.

Conclusioni

Il presente elaborato ha voluto offrire alcuni spunti per un possibile approfondimento del tema delle γυμνασία per come espressa nella "dichiarazione programmatica" enunciata dall'Eleate nel *Parmenide* di Platone.

Si è visto, dunque, che l'accostamento della visione della *Repubblica* – e, in parte, della pedagogia ateniese del IV secolo – riguardo l'esercitazione mentale o dell'anima condotta dalle matematiche possa ampliarne il significato, non senza generare ulteriori domande. Tuttavia, è stato possibile notare che entrambe le "ginnastiche" non concernono il mondo del divenire né si indirizzano a un pubblico immaturo (il giovane Aristotele, futuro tiranno, appare da questa prospettiva quasi caricaturale); inoltre, hanno in comune uno *status* propedeutico, finalizzato alla filosofia vera e propria.

Non si è sicuramente esaurita la discussione di tutti gli esempi a carattere matematico presenti nel *Parmenide*, ma ci si è soffermati unicamente sul caso della figura geometrica e del contatto, mostrando brevemente quali fossero le dimostrazioni, e gli assiomi, su cui si basa il procedere argomentativo del personaggio Parmenide. Si è analizzata quindi la porzione di testo cosiddetta della "generazione dei numeri", che occupa, all'interno del dialogo platonico, una sezione non troppo ridotta. In questo senso, come anche in relazione all'esempio antanairetico, lo scopo del presente studio è stato esclusivamente illustrativo.

Seppur in modo non assoluto, le matematiche possono dunque considerarsi parte integrante delle argomentazioni nel *Parmenide* di Platone – la mole degli esempi matematici ricorrenti o latenti nelle dimostrazioni ne dà un'idea; il senso o il motivo di questa occorrenza in un'opera così enigmatica e complessa è ancora, però, da cogliere appieno.